



Θέμα 1^ο (4 βαθμοί)

(a) Έστω $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ένας **τυχαίος περίπατος** με μέτρο πιθανότητας $P = (p, 1 - p)$. Υπάρχουν τιμές της πιθανότητας ανόδου p για τις οποίες η στοχαστική διαδικασία $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$, που ορίζεται από την σχέση

$$Y_n = 5X_n + 1$$

είναι **martingale** κάτω από το μέτρο P ;

(b) Θεωρείστε ένα διωνυμικό υπόδειγμα με παραμέτρους

$$S_0 = 11, S_1(G) = 12, S_1(B) = 10 \text{ και } r = 2\%.$$

Ποιο είναι το **χαρτοφυλάκιο** που **αντισταθμίζει πλήρως τον κίνδυνο** πώλησης ενός αξιόγραφου που έχει απόδοση $V_1(G) = 5$ και $V_1(B) = -2$;

(c) Ποια θα πρέπει να είναι η **τιμή του αξιόγραφου** στο ερώτημα (b); Γιατί αυτή η τιμή που βρήκατε είναι **η σωστή τιμή του αξιόγραφου**;

Θέμα 2^ο (3 βαθμοί)

(a) Έστω ένα τριωνυμικό υπόδειγμα με δύο μετοχές με τα παρακάτω δεδομένα:

$$S_0^{(1)} = 10, S_1^{(1)}(G) = 11, S_1^{(1)}(M) = 10, S_1^{(1)}(B) = 9$$

$$S_0^{(2)} = 20, S_1^{(2)}(G) = 23, S_1^{(2)}(M) = 21, S_1^{(2)}(B) = 17$$

και $r = 0\%$. Υπολογίστε **την τιμή ενός δικαιώματος αγοράς** στην πρώτη μετοχή με τιμή άσκησης $K = 10$.

(b) Συμφωνείτε με την παρακάτω πρόταση:

Όταν η απόδοση για κάθε δικαίωμα αγοράς μπορεί να **αντισταθμιστεί**, η αγορά είναι **πλήρης**.

(Δικαιολογήστε την απάντησή σας).

Θέμα 3^ο (3 βαθμοί)

(a) Θεωρείστε ένα τριωνυμικό υπόδειγμα με μία μόνο μετοχή όπου $S_0 = 100$, $S_1(G) = 110$, $S_1(M) = 104$, $S_1(B) = 90$ και $r = 0\%$. Βρείτε το **σύνολο των μέτρων πιθανότητας που είναι ουδέτερα στον κίνδυνο**, καθώς και το **εύρος των τιμών** ενός δικαιώματος πώλησης με τιμή άσκησης $K = 100$, που διατηρούν την υπόθεση (NA).

(b) Θεωρείστε την αγορά στο ερώτημα (α). Αποδείξτε ότι αν η συνάρτηση χρησιμότητας του επενδυτή είναι **εκθετική**, δηλαδή

$$U(x) = -e^{-\gamma x}, \text{ όπου } \gamma > 0$$

το **βέλτιστο χαρτοφυλάκιο είναι ανεξάρτητο από τον αρχικό του πλούτο**.

**Απαντήστε σε όλες τις παραπάνω ερωτήσεις.
Παρακαλώ επιστρέψτε το παρόν φύλλο μαζί με τις απαντήσεις σας
Καλή επιτυχία!!!**