

ΤΡΙΤΟ ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Τμήμα: Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής
Εξάμηνο: Γ'

Μ. Ανθρωπέλος

Άσκηση 1

Ο επενδυτής ΠΑ.ΔΑ. έχει στην διάθεσή του δύο επενδύσεις για το κεφάλαιό των 200ν.μ. που κατέχει. Μετά από στατιστική ανάλυση κατέληξε στις εξής παραμέτρους:

<u>Επένδυση</u>	<u>Αναμενόμενη Απόδοση</u>	<u>Διακύμανση</u>
A	$r_1=0,10$	$\sigma_1^2=0,04$
B	$r_2=0,15$	$\sigma_2^2=0,09$

Έχει επίσης εκτιμηθεί ότι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των δύο επενδύσεων είναι $\sigma_{12} = -0,05$. Ο ΠΑ.ΔΑ. θέλει να επενδύσει όλο το κεφάλαιό του στις δύο αυτές επενδύσεις, στις οποίες απαγορεύεται η ανοικτή πώληση (short sell). Θέλει να φτιάξει ένα χαρτοφυλάκιο που να έχει την ελάχιστη διακύμανση με αναμενόμενη απόδοση τουλάχιστον 0,13.

α) Γράψτε το πρόβλημα επιλογής χαρτοφυλακίου σαν πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού.

β) Ποιες είναι οι αναγκαίες συνθήκες για την ύπαρξη του βέλτιστου χαρτοφυλακίου;

γ) Λύστε το πρόβλημα και προτείνεται στον ΠΑ.ΔΑ. το χαρτοφυλάκιο που πρέπει να ακολουθήσει.

δ) Είναι η λύση του προβλήματος μέγιστο ή ελάχιστο; Είναι η μοναδική λύση;

Υποσημείωση: Αν x_1 και x_2 είναι τα ποσοστά του κεφαλαίου στην πρώτη και στην δεύτερη επένδυση, τότε η διακύμανση του χαρτοφυλακίου δίνεται από τον τύπο:

$$Var(\text{Χαρτοφυλακίου}) = x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + 2x_1x_2\sigma_{12}$$

Άσκηση 2

Εφαρμόστε τις συνθήκες Kuhn-Tucker για να λύσετε το ακόλουθο πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$\min\{(x - 2)^2 + (y - 4)^2\}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$x + 2y \geq 6$$

$$-2x - 3y \geq -10$$

$$x, y \geq 0$$

Σιγουρευτείτε ότι το ακρότατο που βρήκατε είναι όντως ελάχιστο.

Άσκηση 3

Έστω το ακόλουθο πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$\min\{x^2 - 2y\}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$x^2 + y^2 \leq 6$$

$$x, y \geq 0$$

α) Εφαρμόστε τις συνθήκες Kuhn-Tucker για να βρείτε τα πιθανά ελάχιστα.

β) Λύστε το πρόβλημα.

γ) Πώς θα άλλαζαν οι συνθήκες Kuhn-Tucker αν μόνο η μεταβλητή x έπαιρνε μη αρνητικές τιμές;

Άσκηση 4

Λύστε το παρακάτω πρόβλημα μεγιστοποίησης:

$$\max\{8xy^2 + 5\}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$x + y \leq 20$$

$$2x + 8y = 10$$

$$x, y \geq 0$$

α) Ποιες είναι οι συνθήκες Kuhn-Tucker;

β) Λύστε το πρόβλημα.

γ) Γιατί υπάρχει μοναδικό μέγιστο;

Άσκηση 5

Θεωρείστε το ακόλουθο πρόβλημα χρηματοοικονομικού προγραμματισμού:

Ένας επενδυτής με κεφάλαιο 100ν.μ. και χρονικό ορίζοντα 3 μήνες έχει τις εξής επενδυτικές επιλογές:

- Μηνιαίες καταθέσεις με μηνιαία απόδοση 1%.
- Διμηνιαία έντοκα γραμμάτια του δημοσίου με απόδοση 2% για δύο μήνες.
- Τριμηνιαία έντοκα γραμμάτια του δημοσίου με απόδοση 4% για τρεις μήνες.

Κάθε μία από αυτές τις επενδύσεις μπορεί να γίνει στην αρχή κάθε μήνα. Επίσης στην αρχή του 4^{ου} μήνα ο επενδυτής πρέπει να έχει διαθέσιμα για μία άλλη χρήση τουλάχιστον 60ν.μ. Ακόμα, για να εξασφαλίσει μία σχετική διαφοροποίηση στο χαρτοφυλάκιό του, αποφάσισε να μην έχει σε καμία χρονική στιγμή επενδυμένο ποσό στα διμηνιαία γραμμάτια μεγαλύτερο των 30ν.μ. και στα τριμηνιαία γραμμάτια μεγαλύτερο των 40ν.μ.

α) Γράψτε το πρόβλημα επιλογής χαρτοφυλακίου σαν πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.

β) Κάντε μόνο τον αρχικό πίνακα simplex.

γ) Θα έχει το πρόβλημα τουλάχιστον μία λύση; Εξηγήστε με σαφήνεια την απάντησή σας.

Υποσημείωση: Το πρόβλημα είναι παρόμοιο με αυτό που εξετάζεται στο υποκεφάλαιο 3.3 του συγγράμματος.