

ΤΕΤΑΡΤΟ ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Τμήμα: Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής
Εξάμηνο: Γ'

Μ. Ανθρωπέλος

Άσκηση 1

Ο επενδυτής ΠΑ.ΔΑ. έχει στην διάθεσή του τρεις επενδύσεις για το κεφάλαιό των 500ν.μ. που κατέχει. Μετά από στατιστική ανάλυση κατέληξε στις εξής παραμέτρους:

<u>Επένδυση</u>	<u>Αναμενόμενη Απόδοση</u>	<u>Διακύμανση</u>
A	$r_1=0,02$	$\sigma_1^2=0,01$
B	$r_2=0,05$	$\sigma_2^2=0,10$
C	$r_2=0,10$	$\sigma_3^2=0,20$

Έχει επίσης εκτιμηθεί ότι οι συνδιακύμανσεις των αποδόσεων των επενδύσεων είναι $\sigma_{12} = -0,3$, $\sigma_{13} = 0$ και $\sigma_{23} = 0,07$. Ο ΠΑ.ΔΑ. θέλει να επενδύσει όλο το κεφάλαιό του στις δύο αυτές επενδύσεις, στις οποίες απαγορεύεται η ανοικτή πώληση (short sell). Θέλει να φτιάξει ένα χαρτοφυλάκιο που να έχει την ελάχιστη διακύμανση με αναμενόμενη απόδοση τουλάχιστον 0,07.

α) Γράψτε το πρόβλημα επιλογής χαρτοφυλακίου σαν πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού.

β) Λύστε το πρόβλημα και προτείνεται στον ΠΑ.ΔΑ. το χαρτοφυλάκιο που πρέπει να ακολουθήσει.

γ) Πώς θα άλλαζε το πρόβλημα επιλογής χαρτοφυλακίου όταν στην πρώτη επένδυση η ανοικτή πώληση επιτρεπόταν;

δ) Έστω ότι ο επενδυτής μπορούσε να δανειστεί με επιτόκιο 1%. Πώς θα άλλαζε το αρχικό πρόβλημα επιλογής χαρτοφυλακίου αν λάβουμε υπόψη και αυτή την δυνατότητα του επενδυτή;

Άσκηση 2

Ποιες είναι οι συνθήκες Kuhn-Tucker στο ακόλουθο πρόβλημα μεγιστοποίησης:

$$\max\{-e^{-2x} + \ln(3y)\}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$x + 2y \leq 6$$

$$x^2 + 3y^3 \leq 10$$

$$x, y \geq 0$$

Γιατί οι τιμές των μεταβλητών που λύνουν τις συνθήκες Kuhn-Tucker δίνουν όντως μέγιστη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση;

Άσκηση 3

Έστω το ακόλουθο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

$$\max\{30x_1 + 26x_2 + 28x_3\}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 160$$

$$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 180$$

$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 200$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 120$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

α) Λύστε το πρόβλημα εφαρμόζοντας την μέθοδο simplex (χρειάζονται συνολικά 4 πίνακες μαζί με τον αρχικό).

β) Ποιες τιμές θα μπορούσε να πάρει η παράμετρος 180 που είναι το δεξί μέρος του δεύτερου περιορισμού έτσι ώστε η βέλτιστη τιμή του προβλήματος να παραμείνει η ίδια;

γ) Για ποιες τιμές του συντελεστή της μεταβλητής x_1 στην αντικειμενική συνάρτηση η βέλτιστη λύση παραμένει η ίδια με αυτή του ερωτήματος α);

Άσκηση 4

Έστω το ακόλουθο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

$$\max\{4x_1 + 2x_2\}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$x_1 - x_2 \leq 8$$

$$3x_1 \leq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Αποδείξτε εφαρμόζοντας την μέθοδο simplex ότι το πρόβλημα έχει μη φραγμένη λύση.

Άσκηση 5

Λύστε το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.

$$\min\{0,6x_1 + 0,45x_2\}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$x_1 + x_2 = 900$$

$$-0,12x_1 + 0,05x_2 \geq 0$$

$$-0,01x_1 - 0,02x_2 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$