

# Αναλογιστικά Μαθηματικά

Περίγραμμα Μαθήματος  
Ακαδημαϊκό Έτος: 2025/26

## 1. Γενικά

|                                            |                                                                                                                                     |                    |     |
|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-----|
| Σχολή                                      | Χρηματοοικονομικής και Στατιστικής                                                                                                  |                    |     |
| Τμήμα                                      | Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής                                                                                       |                    |     |
| Επίπεδο Σπουδών                            | 1ος Κύκλος Σπουδών                                                                                                                  |                    |     |
| Κωδικός Μαθήματος                          | ΧΡΑΝΜ01                                                                                                                             |                    |     |
| Εξάμηνο Σπουδών                            | 5ο ή 7ο                                                                                                                             |                    |     |
| Τίτλος Μαθήματος                           | Αναλογιστικά Μαθηματικά                                                                                                             |                    |     |
| Αυτοτελείς Διδακτικές Δραστηριότητες       | Εβδομαδιαίες Ώρες Διδασκαλίας                                                                                                       | Πιστωτικές Μονάδες |     |
|                                            | Διαλέξεις                                                                                                                           | 4                  | 7,5 |
| Τύπος Μαθήματος                            | Ειδικού Υποβάθρου                                                                                                                   |                    |     |
| Προαπαιτούμενα Μαθήματα                    |                                                                                                                                     |                    |     |
| Γλώσσα Διδασκαλίας και Εξετάσεων           | Ελληνικά                                                                                                                            |                    |     |
| Το μάθημα προσφέρεται σε Φοιτητές Erasmus; | Ναι                                                                                                                                 |                    |     |
| Url (Eclass)                               | <a href="https://eclass.unipi.gr/modules/auth/opencourses.php?fc=64">https://eclass.unipi.gr/modules/auth/opencourses.php?fc=64</a> |                    |     |

## 2. Μαθησιακά Αποτελέσματα

### Μαθησιακά Αποτελέσματα

Στόχος του μαθήματος είναι η κατανόηση κυρίως για το ποια μοντέλα συλλογικού και ατομικού κινδύνου χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τις συνολικές απαιτήσεις ή ζημιές ή και αποζημιώσεις σε χαρτοφυλάκια κινδύνων μικράς χρονικής περιόδου χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν η χρονική αξία του χτήματος. Έτσι, δίνεται ιδιαίτερη έμφαση μέσω διαφόρων πιθανοθεωρητικών μεθόδων στη μελέτη της κατανομής των συνολικών ζημιών αυτών των μοντέλων, στο πως υπολογίζονται τα ασφάλιστρα και πως υπολογίζονται οι συνολικές αποζημιώσεις σε προβλήματα αντασφάλισης.

Μετά την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος, οι φοιτητές θα πρέπει:

- Να έχουν κατανοήσει την έννοια και τις μαθηματικές υποθέσεις των αθροισμάτων ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών, την έννοια της συνέλιξης (convolution) συναρτήσεων, να υπολογίζουν τη συνάρτηση κατανομής, τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ή και τη συνάρτηση πιθανότητας για συνεχείς και διακριτές τυχαίες μεταβλητές, και τη ροπογεννήτρια συνάρτηση πεπερασμένων αθροισμάτων τυχαίων μεταβλητών.
- Να έχουν κατανοήσει πως μπορούν να υπολογίσουν, είτε μέσω συνελίξεων είτε μέσω γεννητριών συναρτήσεων (ροπογεννήτριες συναρτήσεις, πιθανογεννήτριες συναρτήσεις και μετασχηματισμοί Laplace) σύνθετων (compound) τυχαίων μεταβλητών, την κατανομή των συνολικών ζημιών και τα μέτρα θέσης και διακύμανσης για το μοντέλο συλλογικού κινδύνου.
- Να έχουν κατανοήσει το μοντέλο κινδύνου σύνθετων Poisson τυχαίων μεταβλητών, να υπολογίζουν είτε μέσω συνελίξεων είτε μέσω αναδρομικών σχέσεων την κατανομή σύνθετων Poisson τυχαίων μεταβλητών και να εφαρμόζουν τις αναλογιστικές ιδιότητες του αθροίσματος ανεξάρτητων

σύνθετων Poisson τυχαίων μεταβλητών σε χαρτοφυλάκια κινδύνων και να μπορούν να υπολογίζουν την κατανομή του αθροίσματος ανεξάρτητων Poisson τυχαίων μεταβλητών.

- Να έχουν κατανοήσει και να μπορούν να χρησιμοποιούν την αναδρομική σχέση του Panjer όταν το πλήθος των κινδύνων ενός χαρτοφυλακίου ανήκει στην οικογένεια των  $R(a,b,0)$  κατανομών για να υπολογίζουν την συνάρτηση πιθανότητας των συνολικών ζημιών για μοντέλα συλλογικού κινδύνου.
- Να έχουν κατανοήσει το μοντέλο κινδύνου της σύνθετης Διωνυμικής κατανομής και να υπολογίζουν την συνάρτηση πιθανότητας και τη συνάρτηση κατανομής σύνθετων διωνυμικών κατανομών για διακριτά ύψη ατομικών ζημιών.
- Να μπορούν να βρίσκουν αναλυτικά αποτελέσματα της κατανομής σύνθετων γεωμετρικών και σύνθετων αρνητικών διωνυμικών κατανομών τόσο για συνεχείς όσο και για διακριτές κατανομές όταν τα ύψη ατομικών ζημιών ανήκουν στη ρητή οικογένεια κατανομών (εκθετικές κατανομές, κατανομές Erlang και μείξεις αυτών των κατανομών).
- Να έχουν κατανοήσει τις διάφορες αρχές υπολογισμού ασφαλίσεων και τρόπους προσέγγισής τους μέσω της κανονικής κατανομής.
- Να έχουν κατανοήσει τα βασικά ασφαλιστικά και αντασφαλιστικά σχήματα (αναλογικά, excess-of-loss και stop-loss), και πως να υπολογίζουν την κατανομή των συνολικών αποζημιώσεων και τα ασφάλιστρα excess-of-loss και stop-loss.
- Να έχουν κατανοήσει πότε χρησιμοποιείται το μοντέλο συλλογικού κινδύνου και πότε το μοντέλο ατομικού κινδύνου για τα ύψη των συνολικών ζημιών ενός χαρτοφυλακίου, και πως υπολογίζεται η κατανομή των συνολικών ζημιών καθώς και αποζημιώσεων μέσω του μοντέλου ατομικού κινδύνου.

### Γενικές Ικανότητες

- Αυτόνομη εργασία
- Ομαδική εργασία
- Εργασία σε διεπιστημονικό περιβάλλον
- Αναζήτηση, ανάλυση και σύνθεση δεδομένων και πληροφοριών με τη χρήση των απαραίτητων τεχνολογιών

## 3. Περιεχόμενο

Λήψη αποφάσεων υπό καθεστώς αβεβαιότητας. Αρχές υπολογισμού του ασφαλίστρου. Ιδιότητες των αρχών υπολογισμού του ασφαλίστρου. Θεωρία της ωφελιμότητας. Αρχή της ωφελιμότητας στην ασφάλιση. Συναρτήσεις ωφελιμότητας. Αρχή της ωφελιμότητας στην ασφάλιση. Κινδυνοφοβία και κινδυνοφιλία. Ανισότητα Jensen. Περιπτώσεις μερικής κάλυψης κινδύνου. Ασφαλιστικά σχήματα. Αναλογικά σχήματα (σταθερής αναλογίας, υπερβάλλοντος κεφαλαίου) και μη-αναλογικά σχήματα (υπερβάλλουσας ζημίας, ανακοπής ζημίας). Υπολογισμός των ροπών των καλύψεων και των αντίστοιχων ιδίων κρατήσεων. Συνδιακύμανση κάλυψης και ίδιας κράτησης. Το βέλτιστο του υπερβάλλοντος ζημίας. Μοντέλο ατομικού κινδύνου. Συνελίξεις. Άμεσος και αναδρομικός τρόπος υπολογισμού της συνάρτησης πιθανότητας των συνολικών αποζημιώσεων. Υπολογισμός ροπών της κατανομής των συνολικών αποζημιώσεων και μέθοδος ροπογεννητριών. Περιθώριο ασφάλειας και προσεγγίσεις της κατανομής των συνολικών αποζημιώσεων. Εφαρμογές στις γενικές ασφαλίσεις και στις ασφαλίσεις ζωής μικρής περιόδου. Μοντέλα συλλογικού κινδύνου μιας περιόδου. Μοντέλα σύνθετων κατανομών ως μοντέλα συνολικών αποζημιώσεων. Η κατανομή των συνολικών αποζημιώσεων. Αναλυτικά αποτελέσματα υπολογισμού της κατανομής των συνολικών αποζημιώσεων. Η σύνθετη κατανομή Poisson και ιδιότητές της. Η σύνθετη διωνυμική και η σύνθετη αρνητική διωνυμική κατανομή. Αναδρομικός υπολογισμός της κατανομής των συνολικών αποζημιώσεων. Οι οικογένειες Panjer, Jewell και Sundt. Υπολογισμοί για συνεχείς κατανομές μεγεθών ατομικών ζημιών. Μεμιγμένες κατανομές για το πλήθος των ζημιών. Μεμιγμένες και σύνθετες μεμιγμένες κατανομές Poisson και ιδιότητές τους. Η κατανομή Sichel, η κατανομή Poisson – αντίστροφη Gaussian κατανομή και η γενικευμένη κατανομή Poisson–Pascal.

Σύνθετες κατανομές για το πλήθος των ζημιών. Απείρως διαιρετές κατανομές, τροποποιημένες κατανομές. Η σύνθετη Poisson ως προσέγγιση του ατομικού προτύπου. Προσεγγίσεις της κατανομές των συνολικών αποζημιώσεων. • Ασφαλίσεις excess loss και ασφαλίσεις stop-loss. Κατανομή αποζημιώσεων αντασφαλιστή. Περιορισμένη μαθηματική ελπίδα, άνω φράγματα για τις ροπές και υπολογισμός του ασφαλιστρου stop-loss. Ρήτρες θετικής εμπειρίας. Ασυμπτωτικά αποτελέσματα συμπεριφοράς της δεξιάς ουράς ορισμένων σύνθετων κατανομών και του ασφαλιστρου stop-loss. Υποεκθετικές κατανομές.

4. Διδακτικές και Μαθησιακές Μέθοδοι - Αξιολόγηση

|                                                |                                                                            |                          |
|------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| Τρόπος Παράδοσης                               | Διαλέξεις σε αίθουσα διδασκαλίας                                           |                          |
| Χρήση Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνιών | Υποστήριξη Μαθησιακής διαδικασίας μέσω της ηλεκτρονικής πλατφόρμας e-class |                          |
| Οργάνωση Διδασκαλίας                           | Δραστηριότητα                                                              | Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου |
|                                                | Διαλέξεις                                                                  | 52                       |
|                                                | Αυτοτελής Μελέτη                                                           | 123,5                    |
|                                                | Φροντιστήριο                                                               | 12                       |
|                                                | Σύνολο Μαθήματος                                                           | 187,5                    |
| Αξιολόγηση Φοιτητών                            | Γραπτή τελική εξέταση (100%)                                               |                          |

5. Συνιστώμενη Βιβλιογραφία

Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

- Κουτσόπουλος Κ.Ι. (1999) Αναλογιστικά Μαθηματικά, Μέρος Ι, Θεωρία των κινδύνων. Εκδ. Συμμετρία
- Πανεπιστημιακές Σημειώσεις

Συναφή Επιστημονικά Περιοδικά